4 1/2

1 a θ: dimensieloos

$g: \frac{L}{T^2}$

$l: L$

$v: \frac{L}{T}$

$m: M$

$v = f(\theta) \cdot g^{\alpha} \cdot l^{\beta} \cdot m^{\gamma}$

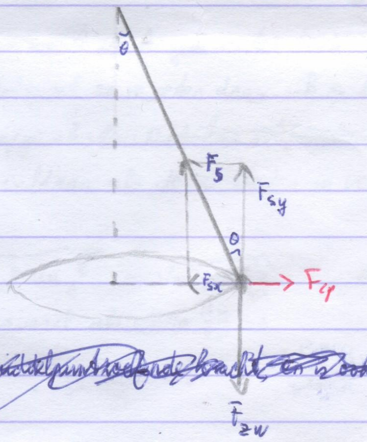
$\frac{L}{T} = f(\theta) \cdot L^{\alpha} \cdot T^{-2\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot m^{\gamma} \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$

$-2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

$\gamma = 0$

1 dus $v = f(\theta) \cdot \sqrt{gl}$, en is dus niet afhankelijk van de massa.

b.



1 1/2

~~F_{sx} is de middelpuntzoekende kracht, en is ook de enige die kracht is.~~ ~~$F_c = m$~~

1 kracht! en F_{cp}

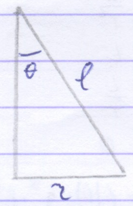
De krachten op het blokje zijn F_{sx}, F_{sy} en F_{zw}. In verticale richting is er geen versnelling, dus $F_{sy} = F_{zw} = m \cdot g$

omdat $F_{sx} = F_{sy} \cdot \tan\theta$, geldt $F_{sx} = mg \tan\theta$

$F_{s\,totaal} = \sqrt{F_{sy}^2 + F_{sx}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (mg\tan\theta)^2} = mg\sqrt{1 + \tan^2\theta} = \frac{mg}{\cos\theta}$

wel erg omslachtig...

c $F_{mpz} = \frac{mv^2}{r} = F_{sx} \Rightarrow v^2 = \frac{F_{sx}\cdot r}{m}$



$$v = \sqrt{\frac{mg\tan\theta\cdot r}{m}} = \sqrt{g\tan\theta\cdot r}$$

$\sin\theta = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l\cdot\sin\theta$

$$v = \sqrt{g\tan\theta\cdot\sin\theta\cdot l}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\sqrt{\cos\theta}}\sqrt{g l}$$

2

4

~~2 a $y = V_y - gt$, er zijn namelijk verder geen complicerende elementen als wrijving.~~
$\frac{d}{dt}$

$y = Y + v_y t - \frac{1}{2} g t^2$. Dit heeft een maximum (dus hoogste punt) als

$\dot{y} = 0$, dus

$\dot{y} = V_y - gt = 0$

$V_y = gt$

$t = \frac{V_y}{g} = \frac{v}{g}$

1

b. De tijdsduur ~~~~ tussen het moment van afschieten en het bereiken van het hoogste punt (en dus het elkaar raken) is $t = \frac{v}{g}$.
In deze tijd moet de linker kogel een horizontale afstand d afleggen.
$x = X + V_x t$. We nemen het startpunt van de rechter kogel als $x = y = 0$, dan
$x = -d + V_x t$ ~~~~. $V_x = u_x$,
$0 = -d + u_x t = -d + u_x \frac{v}{g} \Rightarrow d = u_x \frac{v}{g}$

$u_x = \frac{dg}{v}$

2

$u_y = v_y = v$ want de kogels moeten beide in verticale richting een gelijke afstand afleggen tot het topspunt en moeten daar ook op hetzelfde moment zijn. Verder worden ze tegelijk afgeschoten. ~~Dit kan allemaal alleen worden~~ Hieraan kan alleen allemaal worden voldaan als de snelheden in verticale richting gelijk zijn.

c. $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{v^2 + \frac{d^2 g^2}{v^2}}$, d en g zijn constant.
u is minimaal als $\frac{du}{dv} = 0$

$\frac{du}{dv} = \frac{1}{2\sqrt{v^2 + \frac{d^2g^2}{v^2}}} \cdot \left(2v + \frac{-2d^2g^2}{v^3}\right) = \frac{v + \frac{-d^2g^2}{v^3}}{\sqrt{v^2 + \frac{d^2g^2}{v^2}}} = 0$

1

Fout

0

$v + \frac{-d^2g^2}{v^3} = \sqrt{v^2 + \frac{d^2g^2}{v^2}}$

$v^2 + \frac{d^4g^4}{v^6} - 2v\frac{d^2g^2}{v^3} = v^2 + \frac{d^2g^2}{v^2}$

$\frac{d^4g^4}{v^6} = \frac{d^2g^2}{v^2} + 2\frac{d^2g^2}{v^2} = 3\frac{d^2g^2}{v^2}$

$d^4g^4 = 3d^2g^2 \cdot v^4$

$v = \sqrt[4]{\frac{1}{3}d^2g^2} = \sqrt{\frac{1}{g}}dg \Leftarrow v^4 = \frac{d^4g^4}{3d^2g^2} = \frac{1}{3}d^2g^2$

2p

3 a) $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Ik neem in deze zin naar beneden als negatieve en naar boven als positieve richting.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ~~de zwaartekracht heeft geen invloed op de trilling, de trilling zou gelijk zijn als het om een horizontale beweging ging, de zwaartekracht heeft slechts invloed op de evenwichtsstand D_1. Dus $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$~~

$F_{totaal} = F_z + F_{veer}$ ~~$= -mg - kx \Rightarrow a = \frac{F}{m} = -g - \frac{k}{m}x$~~ $\ddot{x}$ x is de uitrekking t.o.v. originele evenwichtsstand,

~~$= g \ldots + \omega^2 \ldots = 0$~~ x' is t.o.v. de nieuwe, dus $x' = x + D_1$

Als het blokje eraan is gehangen komt de veer in een evenwichtsstand, met de nieuwe evenwichtsstand D_1 lager dan de oude. Het systeem is nu in evenwicht: $F_z = -F_{veer}$

Als het blokje dan aan het trillen wordt gebracht, is de versnelling alleen afhankelijk van de hoeveelheid die F_{veer} afwijkt van de F_{veer} in de evenwichtsstand

1/2

$F = m \cdot a = F_z + F_{veer} = F_z + F_{veer,\ opheffende\ deel} + F_{veer,\ deel\ dat\ trilling\ veroorzaakt} = 0 + F_{veer,\ deel\ dat\ trilling\ veroorzaakt}$

Omdat $F_{veer} = -kx$ lineair is, is de veerconstante van het deel dat de trilling veroorzaakt gewoon gelijk aan de veerconstante: $F = ma = F_z + F_{veer}$ $= -mg - kx = -mg - k(-D_1) - k(x + D_1) = 0 - k(x + D_1) = -kx'$

Dus $a = \frac{F}{m} = \frac{-k}{m}x'$

Voor een dergelijke trilling geldt: $\ddot{x}' + \omega^2 x' = 0 \Rightarrow \frac{-k}{m}x' + \omega^2 x' = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

b) $v = \dot{x}$
$= (x' - D_1)^{\bullet}$
$= \dot{x}'$

$x' = A\cos(\omega t + \varphi)$. Hij start in de onderste stand onderaan, dus $\varphi = \pi$

A = amplitude, hij start in onderste stand, dus $A = D_2$

$x' = D_2 \cos(\omega t + \pi)$
$= -D_2 \cos(\omega t)$

$\dot{x}' = -D_2 \omega \cdot -\sin(\omega t)$

1

$= D_2 \omega \sin(\omega \cdot t)$. De t die hoort bij een passage door de evenwichtsstand is de t na bijvoorbeeld $\frac{1}{4}$ trilling, dus $\frac{1}{4}T$,

$t = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \frac{1}{\sqrt{(\frac{k}{m})}} = \frac{2\pi}{4\sqrt{(k/m)}} = \frac{2\pi}{4 \cdot \omega}$

$\dot{x}'(\frac{1}{4}T) = D_2 \omega \sin(\omega \cdot \frac{2\pi}{4\omega}) = D_2 \omega \sin(\frac{2\pi}{4}) = D_2 \omega \cdot 1 \overset{(-)}{=} D_2 \cdot \omega = v_{evenwichtspositie}$
$= D_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$

ZOZ

c) $F = ma$. De krachten zijn F_z en F_{veer}. F_{veer} is maximaal bij de maximale uitrijking, en is $F_{veer} = -kx$. x is de afstand ~~tov~~ originele evenwichtsstand, dus bij ~~een max~~ het hoogste punt is $x = D_2 - D_1$

$F_{totaal} = \cancel{F_z} + F_{veer} = \cancel{-mg} - k(D_2 - D_1) = m \cdot a$

$a = -g - \frac{k}{m}(D_2 - D_1)$ op het hoogste punt.

0/1

(4)

4 a Impuls en energie, er wordt echter energie omgezet in warmte, dus met behoud van energie kun je hier niet zo veel. En er zijn vast nog veel meer behoudswetten, maar die doen er hier niet toe.

$p_{voor} = p_{na}$ lichte massa: $p_l = m_l \cdot v_l = -m \cdot v$ (ik kan ook $v_z = -v$ nemen, 1 van de 2 moet negatief zijn, welke het is hangt slechts af van coördinaatstelsel)

zware massa: $p_z = m_z \cdot v_z = 4m \cdot v$

(1)

$p_{voor} = p_l + p_z = -m \cdot v + 4m \cdot v = 3mv = p_{na}$

$p_{na} = 5m \cdot v_{na} = 3m v_{voor}$

$5 v_{na} = 3v$

$u = v_{na} = \frac{3}{5} v$

b- Impuls en energie, en behoud van energie houdt hier in behoud van kinetische energie.
Ook geldt: de relatieve snelheid voor de botsing van de deeltjes is -1 keer de snelheid erna.

~~$v_{relatief} = 2v$, dus $v_{l\,na} + v_{z\,na} = v_1' + v_2' = 2v \Rightarrow v_1' = 2v - v_2'$~~

~~Ook geldt: $p_{voor} = p_{na}$. $p_{voor} = 3mv$ (zie a)~~

~~$p_{na} = 4mv_2' + mv_1' = 4mv_2' + m(2v - v_2') = p_{voor} = 3mv$~~

~~$\Rightarrow 4v_2' + 2v - v_2' = 3v$~~

~~$3v_2' = v$~~

~~$v_2' = \frac{1}{3}v$~~

~~$v_1' = 2v - v_2' = 2v - \frac{1}{3}v = 1\frac{2}{3}v$~~

~~$4v_2' - 2v + v_2' = 3v$; $3v_2' = 5v$; $v_2' = \frac{5}{3}v$; $v_1' = -2v - v_2' = -2v - \frac{5}{3}v = -3\frac{2}{3}v$~~

(3)

$v_{relatief} = v_{z\,voor} - v_{l\,voor} = v - -v = 2v$, dus $v_{relatief\,na} = v_{z\,na} - v_{l\,na} = -2v$

$v_{z\,na} = v_2' = -2v + v_{l\,na} = -2v + v_1'$

$p_{voor} = p_{na}$

(zie a) $3mv = 4mv_2' + mv_1'$

$3mv = 4m(-2v + v_1') + mv_1'$

$3v = -8v + 4v_1' + v_1'$

$11v = 5v_1'$

$v_1' = \frac{11}{5}v$

$v_2' = -2v + v_1' = -2v + \frac{11}{5}v = \frac{1}{5}v$